

## Een pittig tweegesprek over rekenen

# Staartdelen of happen?

Er woedt een heuse rekenoorlog in Nederland. De aanhangers van de 'rekenmethode van opa' voeren een voortdurend offensief tegen de ontwikkelaars van het realistisch rekenen. Didaktief liet vertegenwoordigers van beide kampen met elkaar in debat gaan: Jan van de Craats (medeoprichter van Goed Rekenonderwijs Nederland) en Marja van den Heuvel-Panhuizen (Freudenthal Instituut). Dan blijken sommige dingen anders te liggen: staartdelingen mogen nog best en contexten zijn niet fout.

door Bea Ros

'Rekenen is leuker als je denkt', prijkt er op de linnen tas die Marja van den Heuvel, hoogleraar Didactiek van reken-wiskundeonderwijs, bij zich heeft. Die wil meteen haar punt maken, was onze eerste gedachte. Immers, als we de kranten mogen geloven, komt het bij realistisch rekenen aan op denken en niet doen en is het bij het traditionele rekenen precies omgekeerd: niet denken, maar gewoon opa's rekentrucjes toepassen en veel oefenen. Dat blijken dus karikaturen. Hoogleraar wiskunde Jan van de Craats ziet de leuze op de tas en begint te lachen. 'Dat is een hele oude, die mag ik ook graag gebruiken.' Het gesprek is nog niet eens begonnen en de twee opposenten hebben elkaar al gevonden! 'Als we met elkaar praten, zijn er vast minder tegenstellingen dan in de pers worden gesuggereerd', zegt Van den Heuvel. 'Ik vind de discussie soms erg onbetamelijk en van laag niveau. De kranten

publiceren alles wat Jan van de Craats zegt, wij hebben daarentegen de grootste moeite om onze reactie gepubliceerd te krijgen.' Goed initiatief dus, dit gesprek, vinden ze. En ze gaan er allebei, gewapend met diverse publicaties, grafieken en voorbeelden, eens goed voor zitten.

### REKENZWAK

De landelijke discussie over het rekenonderwijs is in september 2008 in een stroomversnelling geraakt door het inspectierapport over rekenprestaties. Maar liefst 23 procent van de basisscholen kwam als rekenzwak uit de bus. Staatssecretaris Dijkzma stelde meteen een onderzoek naar rekenmethodes in en trok geld uit voor rekenverbetertrajecten.

Is het echt zo dramatisch gesteld met de rekenvaardigheden van basisschoolkinderen? Ja, vindt Van de Craats. 'De gemiddelde leerling die groep 8 verlaat, kan niet rekenen.'

Van den Heuvel: 'Dat is absoluut niet waar, dat is grote onzin.'

Van de Craats: 'Dat zeg jij.'

Van den Heuvel: 'Nee, dat blijkt uit onderzoek. Volgens TIMSS 2003 behoren de Nederlandse leerlingen met rekenen tot de zes best scorende landen. Uit de PPON zou dan blijken dat de rekenvaardigheden onvoldoende zijn, maar dan hebben we het over de norm van twintig deskundigen. Een hoog streefniveau is prima, maar je moet niet zeggen dat onze leerlingen niet kunnen rekenen.'

Van de Craats: 'Maar leerlingen uit groep 8 struikelen over een simpele som als 99 maal 99, blijkt uit PPON. Dat is echt ongelooflijk.'

Van den Heuvel: 'In PPON van 1997 zijn de traditionele en realistische methode al vergeleken en op alle onderdelen scoorden traditionele methoden lager, ook bij het cijferen.'

Van de Craats: 'Dat is helemaal niet zo duidelijk hoor, dat loopt allemaal door elkaar. Zowel traditionele als realistische methodes scoren slecht. Je kunt op basis van dat onderzoek niet zeggen of het een beter is dan het ander.'

Van den Heuvel haalt een ander onderzoek erbij, van Ton Klein van de Rijksuniversiteit Leiden. 'Niemand die ernaar verwijst, maar er blijkt wel uit dat realistisch rekenen in het voordeel van de zwakke leerling is.'

Kortom, bij elke overtuiging zijn wel cijfers uit onderzoek te vinden, zo lijkt het. Of het rekenpeil gestegen dan wel

$$\begin{array}{r}
 12 \overline{) 6394} \\
 \underline{2400} \phantom{00} \\
 3994 \phantom{00} \\
 \underline{2400} \phantom{00} \\
 1594 \phantom{00} \\
 \underline{1200} \phantom{00} \\
 394 \phantom{00} \\
 \underline{360} \phantom{00} \\
 34 \phantom{00} \\
 \underline{24} \phantom{00} \\
 10 \phantom{00}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12 \overline{) 6394} \\
 \underline{60} \phantom{00} \\
 39 \phantom{00} \\
 \underline{36} \phantom{00} \\
 34 \phantom{00} \\
 \underline{24} \phantom{00} \\
 10 \text{ rest}
 \end{array}$$

Delen met een staartdeling (rechts) en volgens de hapmethode.

gedaald is, zal ook tijdens dit gesprek niet beslist worden. Volgens Van de Craats is er, met het struikelsommetje 99 maal 99 in de hand, maar één conclusie mogelijk: 'De kinderen leren tegenwoordig niet meer rekenen.'

Van den Heuvel: 'Ach hou toch op! 99 maal 99 is een bijzonder geval; het lijkt een gemakkelijke som, maar je kunt hierbij gemakkelijk in de fout gaan.'

Van de Craats: 'Je kunt wel zeggen dat ze zo goed zijn in schatten en getallenbegrip, maar wat stelt dat getallenbegrip voor als ze zulke fouten maken?'

Van den Heuvel: 'Er is een verschuiving opgetreden: getalkennis, hoofdrekenen en schatten zijn beter geworden, cijferen slechter. Dat is niet raar, want dat is precies wat dertig jaar geleden als doel is gesteld. We wilden af van het blinde cijferen. Dan kun je hooguit zeggen: is het niet te ver doorgeslagen?'

### GEGOOCHEL

Eind jaren zeventig, begin jaren tachtig startte de vernieuwing in het rekenonderwijs. Het Utrechtse Freudenthal Instituut ontwierp onder de noemer Wiskobas een nieuwe didactiek. Blind cijferen – het eeuwige rijtjes sommen maken – moest plaatsmaken voor rekenen vanuit inzicht en getalkennis.

Bovendien kwamen er alternatieve rekenstrategieën. Uit haar tas tovert Van den Heuvel een artikel uit *Didaktief*, jaargang 1984: *Een nieuwe aanpak voor staartdelingen*. 'Toen is het allemaal begonnen.' Het artikel bericht dat voor één op de drie kinderen de staartdeling een onoverkomelijke hindernis is. Bij ingewikkelde getallen gaat zelfs de helft van de kinderen de mist in. De auteurs presenteren een alternatieve methode, de inmiddels beruchte haphmethode, waarbij kinderen telkens veelvoud van het deelgetal afhappen tot ze op nul eindigen. Dus bij een som als 6394 gedeeld door 12 gaat er eerst een hap van 2400 (200x12) af van 6394, daarna nog eens 2400 (200x12) en vervolgens 1200 (100x12), 360 (30x12) en 24 (2x12), zodat je in totaal

## Hoofdrekenen wordt gezien als jé van het

532 happen van 12 van 6394 hebt genomen met 10 als rest. (Zie afbeelding op pagina hiernaast.)

Van de Craats, met enige afkeer: 'Met een staartdeling lukt het altijd.'

Van den Heuvel: 'Ja, maar voor rekenzwakke leerlingen is de staartdeling echt gegoochel. Tegen hen zeggen: oefen het maar honderdmaal, dat werkt gewoonweg niet. Daarom bieden we een alternatief.' En als ze zegt alternatief, bedoelt ze een extra en niet een vervangende strategie. 'Het maakt ons niets uit of scholen met de staartdeling of de haphmethode werken. We hebben nooit gezegd dat de staartdeling afgeschaft of verboden moet worden.'

Maar waarom, roept haar gesprekspartner uit, vond zijn zwartboek *Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen* dan zoveel weerklank bij ouders, leerkrachten en intern begeleiders? 'Ouders vertellen me dat ze van school op hun kop krijgen als ze hun kinderen thuis leren staartdelen.'



Hij toont een kopie van een brief die een ouder van school kreeg. Of ze voortaan hun kind zó wilden leren delen, met een voorbeeld van een 'hapsom' met daarin twee knoepers van rekenfouten.

Dat is natuurlijk van de zotte, reageert Van den Heuvel. 'Het kan niet zo zijn dat een ouder thuis niet zijn eigen rekenmanier mag overdragen. Zo'n leerkracht laat zien dat hij zelf niet boven de stof staat. Want happen en staartdelen zijn in wezen hetzelfde.'

Van de Craats beaamt dat beide op dezelfde principes berusten. Alleen leidt de haphmethode tot meer rekenfouten, citeert hij uit Leids onderzoek van Kees van der Putten. Deze analyseerde PPON-opgaves en concludeerde dat happers gemiddeld 62 procent goed hadden en staartdelers 68 procent. 'Kleine verschillen, maar wel significant'.

Van den Heuvel pakt er een artikel bij uit het buitenlandse vakblad *Psychometrika* waarin dezelfde Kees van der Putten zo ongeveer het tegenovergestelde schrijft, namelijk

>>



FOTO'S ALLARD DE WITTE

## Marja van den Heuvel: 'Wij hebben nooit gezegd dat de staartdeling afgeschaft moest worden'

dat juist de effecten van de realistische strategie en het traditionele algoritme zowel in 1997 als in 2004 niet van elkaar verschillen. 'En dat geldt zowel voor de zwakke als de goede rekenaars.'

Van de Craats: 'Het ergste zijn de leerlingen die alleen maar een antwoord en geen berekening opschrijven. Zij maken de meeste fouten, een som als 99 maal 99 maakt maar 34 procent goed.'

Van den Heuvel: 'En waarom is dat?'

Van de Craats: 'Omdat hoofdrekenen wordt gezien als je van het. Opschrijven is voor watjes. Als ik tegen mijn kleinzoon zeg: schrijf eens op, zegt hij: nee, dat hoeven we niet.'

Van den Heuvel: 'Dat kun je ons niet verwijten, Jan.'

Van de Craats: 'Dat doe ik ook niet. Het gaat erom hoe we de kinderen weer aan het schrijven kunnen krijgen.'

Daar is Van den Heuvel het helemaal mee eens. Gedecideerd: 'Bij rekenen is opschrijven van e-mi-nent belang. Daar is geen discussie over mogelijk.'

### STANDAARDRECEPTEN

Over het belang van berekeningen opschrijven mogen ze het eens zijn, over de beste rekenstrategieën blijft de discussie verhit. Neem het kolomsgewijs rekenen – niet zoals vroeger van rechts naar links optellen, aftrekken en vermenigvuldigen, maar van links naar rechts. 'Een didactische blunder', vindt Van de Craats.

Van den Heuvel: 'Het is juist een didactische vondst!

Alleen wordt er in de berichtgeving een karikatuur van gemaakt, met heel ingewikkelde getallen, dus heel veel tussenstappen. Wij gebruiken het alleen bij overzichtelijke, kleine getallen.'

Van de Craats: 'En bij de ingewikkelder getallen moeten ze het dan maar weer op de oude manier doen? Dat heet dan handig rekenen, maar kolomsgewijs optellen is ontzettend

### TIMSS 2007

Ten tijde van het tweegesprek waren de resultaten uit TIMSS 2007 (zie pagina 10-11) nog niet bekend. We vroegen beide hoogleraren naderhand kort te reageren op de uitkomsten.

Jan van de Craats streept in het uitgebreide rapport enkele opvallende zaken aan. Zoals het feit dat Nederlandse leerlingen rekenen niet leuk vinden en dat serieuze rekenonderwerpen pas vanaf groep 6 aan bod komen. 'Aan breuken wordt tot en met groep 6 vrijwel niets gedaan.'

Verder wijst hij erop dat de absolute winnaars, Hong Kong en Singapore, 'landen zijn waar het traditionele rekenen hoog in het vaandel staat'. En hij plaatst vraagtekens bij de waarde van TIMSS: 'Het is zeer de vraag in hoeverre de opgaven van TIMSS representatief zijn voor de volle breedte van het Nederlandse rekenonderwijs. Bovendien is het raar dat de opgaven geheim zijn. Aan PPON hecht ik veel meer waarde. Dat is toegesneden op de Nederlandse situatie, de representativiteit en volledigheid van de opga-

vencollectie zijn gegarandeerd en de opgaven en scores daarop zijn openbaar. Dus iedereen kan zien wat er getoetst wordt, hoe er getoetst wordt en wat de resultaten zijn.'

Ook Marja van den Heuvel-Panhuizen noemt de geringe dekkingsgraad als probleem van TIMSS. 'Nederland heeft de laagste dekkingsgraad, de TIMSS-toets past voor het onderdeel rekenen maar voor 64 procent bij de in ons land onderwezen leerstof. Zo staat bijvoorbeeld het opereren met breuken en

## Jan van de Craats: 'Kolomsgewijs rekenen is een didactische blunder'

onhandig. En kolomsgewijs aftrekken is een ramp, daar krijgen leerlingen opeens te maken met negatieve getallen. Het mooie van de standaardrecepten is dat ze altijd werken.'

Van den Heuvel: 'Eén methode voor alle opgaven is juist onhandig. Voor  $1002 \text{ min } 998$  moet je veel ingewikkelde dingen doen met lenen, terwijl je ook gewoon  $2 \text{ plus } 2$  kunt doen. Dat is wat wij met onze aanpak winnen.'

Van de Craats is niet overtuigd. 'Het is een mythe dat je voor alles een andere strategie kunt bedenken. In *NRC Handelsblad* werd beschreven hoe een leerkracht in de klas de som  $1000$  gedeeld door  $8$  op wel zes verschillende manieren liet oplossen. Dan denk ik: en  $1000$  gedeeld door  $7$  of  $1100$  gedeeld door  $13$  Hoe reken je dat dan uit? Moet je daar weer nieuwe manieren voor bedenken?'

Van den Heuvel: 'Het gaat erom dat kinderen bij  $1000$  gedeeld door  $8$  leren beseffen dat  $1000$  en  $8$  bijzondere getallen zijn en dat je deze som dus handiger kunt oplossen. Bij gewone getallen doe je een staartdeling of gebruik je de hapmethode.'

Van de Craats: 'En kinderen die niet op zo'n handig idee komen, schotel je vervolgens de moeilijkste route die er te bedenken valt, voor.'

Van den Heuvel: 'Nee, als je de getalrelatie niet ziet dan ga je herhaald aftrekken of staartdelen.'

### CREATIVITEIT

De Stichting Goed Rekenonderwijs, waarvan Van de Craats medeoprichter is, gaat zelf een nieuwe methode op de markt brengen. Basis daarvoor wordt de rekenmethode die Arjan de Vries en Piet Terpstra jaren geleden ontwikkelden uit onvrede met het realistisch rekenonderwijs, maar die ze nooit uitgegeven kregen. Inmiddels staan de uitgeverij op de stoep, meldt Van de Craats, en sponsoren de universiteiten van Tilburg en Eindhoven dit initiatief. >>



*kommagetallen in Nederland niet op het programma in groep 6, terwijl de leerlingen hierop wel getoetst zijn.' Dat relateert de uitkomsten. Vergeleken met 2003 – het enige TIMSS-jaar waarmee de huidige scores verantwoord vergeleken kunnen worden, omdat Nederland eerder niet voldeed aan de eisen van de steekproeftrekking – ziet Van den Heuvel voor het onderdeel rekenen – want daar gaat het in de discussie immers steeds om – eerder een vooruit- dan achteruitgang. 'In 2003 eindigde Nederland als 6de van de 25 deelne-*

*mende landen. In 2007 namen we in het totaal van 36 landen de 8ste plaats in. We lieten daarbij alle acht andere deelnemende West-Europese landen (Engeland, Duitsland, Denemarken, Italië, Oostenrijk, Zweden, Schotland en Noorwegen) achter ons. Dit is niet bepaald een situatie die zorgwekkend genoemd kan worden, zoals kranten ons willen doen geloven.'*

*Wel zorgwekkend vindt Van den Heuvel, net als Van de Craats, dat Nederlandse leerlingen rekenen niet leuk vinden en dat de Nederlandse*

*basisschoolleraars qua nascholing in de onderste regionen zitten. 'Wat lesgeven betreft heeft Nederland het laagste percentage uitleggen van het antwoord en het hoogste percentage zelfstandig werken. Opmerkelijk is dat Engeland, de grootste stijger van alle landen, in de jaren negentig met de National Numeracy Strategy – mede geïnspireerd door Nederland – juist gekozen heeft voor 'whole-class teaching'. Het zal duidelijk zijn dat wij deze TIMSS zeer serieus nemen. Er valt voor ons veel van te leren.' / BR*

» Op de NOT 2009 zullen meer uitgevers een nieuwe rekenmethode presenteren. Van de Craats, schaterend: 'Ze hebben mij een voordracht horen geven.' Hij pakt een aanbiedingsfolder van uitgeverij Malmberg uit zijn tas en leest hardop voor: "Rekenzwakke leerlingen krijgen slechts één methode aangereikt". Nou, dat lijkt me heel goed.' Van den Heuvel: 'Ons doel is nooit geweest om kinderen zoveel mogelijk manieren aan te leren. Wel om hun te leren de meest efficiënte manier te kiezen. Met alleen maar rechttoe, rechtaan aanleren krijg je waarschijnlijk wel een hogere score, maar je geeft ze niets mee. Japan mag dan in TIMSS een heel hoge score halen, ze klagen daar wel over gebrek aan creativiteit.'

### OEFENEN

Van den Heuvel is tegen verwachting in wel erover te spreken dat uitgevers met nieuwe methodes komen. 'Bepaalde lesmethodes hebben er echt een rommeltje van gemaakt. Dat zien wij helaas ook. Er is een verschil tussen een ontwerp en hoe iets op scholen en in methoden ingevoerd wordt. Implementatie is een ondergeschoven kind.'

## Je moet niet reproductief, maar productief oefenen

Van de Craats: 'Realistisch rekenen is het paradepaardje van Nederland. Dat kun je wel zeggen: het is verkeerd ingevoerd, maar daar komen jullie dan wel laat achter.' Van den Heuvel, verontwaardigd: 'Daar zijn we al heel lang mee bezig. We weten hoe nodig het is om die basisvaardigheden te ontwikkelen. In 1996 hebben we al een nascholingsmodule gemaakt over oefenen. We hebben niets anders gedaan dan het systematisch oefenen benadrukken. Ten onrechte wordt steeds gezegd dat wij tegen oefenen zijn.' Van de Craats: 'We hebben eeuwenlang goed rekenonderwijs gehad. Waarom moest dat opeens allemaal anders?' Van den Heuvel: 'Omdat we kinderen, behalve goed leren rekenen, nog iets meer mee willen geven, namelijk hun leren nadenken over wat ze doen.' En dan zijn we toch aanbeland bij het denken-of-doen dilemma. Volgens de realistische rekenaars moeten kinderen eerst snappen wat ze aan het doen zijn en daarna pas oefenen, volgens Van de Craats en de zijnen ontstaat begrip juist gaandeweg, tijdens het oefenen. Van den Heuvel: 'Oefenen zoals we vroeger deden, is werken op de automatische piloot. Maar je moet niet reproductief, maar juist productief oefenen. Laat kinderen allerlei puzzeltjes maken, zelf opgaven bedenken en zelf getalrelaties onderzoeken. Om dat te kunnen moeten ze uiteraard wel de basis beheersen, dus de tafels uit hun hoofd kennen en kunnen rekenen met getallen onder de 20.' De Freudenthalers zijn allerminst tegen oefenen en de traditionalisten geen voorstanders van dom oefenen. Op dit punt kunnen beide partijen elkaar dus bijna de hand reiken. Dat geldt ook voor het belang dat ze allebei toekennen aan realistische contexten. Van de Craats noemt die zelfs ruimhartig 'een van de verworvenheden van het moderne rekenonderwijs'. Waarbij Van den Heuvel benadrukt

$$\begin{array}{r} 5416 \\ - 1783 \\ \hline 4000 \\ 3000 \\ 700 \\ 600 \\ 60 \\ 3 \\ \hline 3663 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ 5416 \\ - 1783 \\ \hline 3663 \end{array}$$

Links: kolomsgewijs aftrekken; rechts: aftreksom op de oude manier.

dat contextsommen beslist niet hetzelfde zijn als verhaaltjessommen. 'Deze zijn vaak te talig. Bij contextsommen denk ik niet aan verhaaltjes, maar aan plaatjes. Bijvoorbeeld een plaatje van twee kinderen, met een opdracht om het verschil in lichaamslengte te berekenen. Of het rekenen met kassabonnen.'

Van de Craats' ideale rekenonderwijs is 'terug naar vroeger met het goede, de contexten, van nu'. Geen fratsen als talloze alternatieve bewerkingen, maar standaardrecepten voor de vier hoofdbewerkingen (optellen, aftrekken, delen en vermenigvuldigen) met hele getallen, breuken en kommagetallen. 'En het metrieke stelsel met maten en gewichten moet weer terugkomen.'

Van den Heuvels ideale plaatje is contextrijk rekenonderwijs met naast oefenen veel ruimte voor zelf nadenken en ontdekken. Er mogen in methodes veel meer wat ze noemt *Knobelaufgaben* komen, opgaven waarbij leerlingen moeten nadenken hoe en met welke bewerking ze die moeten oplossen. Nu zijn dergelijke opgaven nauwelijks te vinden in methodes.

Of ze tijdens dit gesprek nog iets nieuws hebben gehoord over elkaar? 'Niets', antwoordt Van de Craats meteen. 'Ik constateer dat Marja een aantal dingen zegt die ik ook zeg.' Van den Heuvel zucht en peinst. 'Nee, niets', besluit zij dan ook.

Met medewerking van Simone Barneveld

Verder lezen:

Zie de website van het Freudenthal Instituut ([www.fi.uu.nl](http://www.fi.uu.nl)), de website van Stichting Goed Rekenonderwijs Nederland ([www.goedrekenonderwijs.nl](http://www.goedrekenonderwijs.nl)) en de website van Jan van de Craats ([www.science.uva.nl/~craats](http://www.science.uva.nl/~craats)).

Lees ook de ingezonden brief op pagina 38.